«Принято»
на заседании ШМО
гуманитарно-филологического
цикла
Протокол № 1
«31» августа 2023 г

«Согласовано»
Зам. директора по УВР
МБОУ «Школа № 65»
/Гилязева Г.М.
«31» августа 2023 г

«Утверждено»
Директор МБОУ «Школа № 65»
/Ж.В.Соркина
Приказ №341 от
«31» августа 2023 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат: 59A2E3524888B78A18A75513523C8F40
Владелец: Соркина Жанетта Ваисовна
Действителен с 23.09.2022 до 17.12.2023

Рабочая программа
Курса по выбору «Математические методы и стратегии решения нестандартных задач по алгебре»
на ступень среднего образования
(10 класс)

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Средняя общеобразовательная татарско-русская
школа № 65 с углубленным изучением отдельных предметов»
Московского района города Казани

Казань 2023 г.

Пояснительная записка

Программа является модернизированной, составлена на основе программы автора Г.Н. Кузнецовой для общеобразовательных школ, лицеев и гимназий и дополненной учебно-методическим комплексом авторов: А. С. Будакова, Ю.А. Гусмана, А. О. Смирнова «Сборник методических указаний и задач для абитуриентов»

Курс «Математические методы и стратегии решения нестандартных задач по алгебре» предназначен для интенсивной математической подготовки учащихся к сдаче ЕГЭ, а также необходим учащимся как подготовка к продолжению математического образования в высшем учебном заведении. Т.е. данный курс предназначен для изучения в классах физико-математического профиля.

В программе использованы наиболее простые методики обучения решению задач, особое внимание уделяется решению неалгебраическим методам решения: геометрическому и графическому. Материалы курса содержат применение метода минимаксов, метод отделяющих констант, метод геометрической подстановки. Перечисленные методы решения задач помогут учащимся успешно сдать Единый государственный экзамен в школе и продолжить обучение в различных вузах.

Курс «Математические методы и стратегии решения нестандартных задач по алгебре» является элективным курсом (курсом по выбору учащихся), который целесообразно реализовывать на этапе профильного обучения.

Современный этап реформирования школьного математического образования характеризуется, в частности, появлением элективных курсов для пред- профильной и профильной подготовки учащихся. Основная задача последних - профориентация. А также систематизация опыта и знаний школьников, как база для дальнейшего изучения математики в высшей школе. Кроме того, содержание курса должно позволить проявить учащимся познавательную активность, упорядочить опыт самостоятельной математической деятельности [2,3,4].

Целью данного курса является систематизация опыта и знаний учеников об основных стратегиях поиска решения задач. Знакомство с геометрическим, графическим и алгебраическим методами решения нестандартных задач. Предлагаемый курс построен на решении задач (набор задач в каждом разделе учитель формирует по своему усмотрению). Обусловлено это тем, что специфика математической деятельности в основном это и есть деятельность по решению различных математических задач.

В качестве содержания курса выбрано описание некоторых методов и способов решения нестандартных задач. Поэтому данный курс становиться доступным в его реализации как учителю со стажем работы, так и начинающему учителю. Для учащихся элективный курс будет не только доступным и достаточно сложным, но и интересным. Это достигается использованием различных форм организации деятельности учащихся, которые обеспечивают комфортный характер обучения: например, предлагается широко использовать групповую и проектную деятельность, рейтинговую систему оценивания учащихся и др.

Данный элективный курс является естественным продолжением школьного курса алгебры, что на практике не является редкостью.

Место данного курса определяется необходимостью подготовки к профессиональной деятельности, учитывает интересы и профессиональные склонности старшеклассников, что позволяет получить более высокий конечный результат.

Курс рассчитан на 34 часа с регулярностью 1 час в неделю.

На занятиях используются различные формы и методы работы с учащимися:

при знакомстве с новыми способами решения - работа учителя с демонстрацией примеров;

при использовании традиционных способов - фронтальная работа учащихся;

индивидуальная работа;

анализ готовых решений;

самостоятельная работа с тестами.

Методы преподавания определяются целями курса, направленными на формирование математических способностей учащихся и основных компетентностей в предмете.

Задачи:

- формирование у учащихся правильного представления о специфике осуществления математической деятельности с объектами алгебраической природы;
- развитие способности к осуществлению поисково-исследовательской деятельности при работе с математическими объектами (уравнениями, неравенствами);
- систематизация и углубление знаний учащихся (о преобразованиях алгебраических выражений, о функциях и их свойствах, о способах решения уравнений, неравенств);
- освоение способов решения задач, конкретных приемов реализации этих способов, теоретических знаний, обосновывающих приёмы;
- выделение основных видов задач, решение кото основано на знании рассматриваемых методов;
- привитие интереса учащихся к математике;
- развитие математического кругозора, мышления, следовательских умений учащихся;
- воспитание настойчивости, инициативы.

Актуальность элективного курса «Математические методы и стратегии решения задач по алгебре в профильном классе» определяется тем, что данный курс поможет учащимся оценить свои потребности, возможности и сделать обоснованный

Результаты освоения содержания элективного курса

Знать:

- содержание методов решения «нестандартных задач» в математике;
- основные теоретические факты, связанные с методами решения «нестандартных задач»;
- практические приложения тем данного курса. Уметь применять:
- общие приёмы осуществления поисково-исследовательской деятельности при решении «нестандартных задач»;
- приёмы анализа математических выражений, для применения необходимого метода решения «нестандартных задач»;
- проводить доказательство методом математической индукции. Понимать:
- идею применения изученных методов данного элективного курса к решению «нестандартных задач»;
- сущность изученных методов;
- специфику выбора стратегии решения «нестандартных задач». Прогнозируемый результат:
- осознанный выбор учащимися дальнейшего профиля обучения;
- представление творческих работ учащихся на конференциях;
- участие учащихся в математических олимпиадах соответствующих интересам и уровню математической подготовки учащихся.

Рубежный контроль осуществляется в тестовой форме.

Примерное содержание курса

– Под словами «нестандартные задачи» подразумеваются такие задачи, которые хотя и сформулированы с использованием только обычных понятий элементарной математики, тем не менее, не могут быть решены стандартными приёмами. Порой такие задачи трудно отличить от стандартных задач, опираясь только на их формулировку, и «нестандартность» задачи выявляется только в ходе её решения. Тем не менее, из ряда имеющихся публикаций по данной теме накопленный опыт в этой области позволил провести некоторую классификацию «нестандартных» задач по методам их решения.

Раздел 1

Метод мини-максов.

Данный метод применим к широкому классу «нестандартных задач».

Если требуется решить уравнение /(x) = h(x) и на общей области определения *E* функций /(x) и h(x) выполняются неравенства: /(x) < *A;* (/(x) > *A)* и h(x) > *A;* (h(x) < *A*), то уравнение /(x) = h(x) равносильно системе:

f(x) = A h(x) = A

Если нужно решить уравнение *f(x,y) = h(x,y)* и на области определения *E* функции *f(x,y)* и *h(x,y)* выполняются неравенства: *f(x,y)<A; (f(x,y)>A)* и *h(x,y)>A; (h(x,y) < A),* то уравнение *f(x,y) = h(x,y)* равносильно системе:

f(x,y)=A h(x,y) = A

Конечно, следует понимать, что предложенные схемы не являются догмой, а скорее служат руководством к действию.

Замечание:

1. Часто внешним признаком, побуждающим использовать метод минимаксов, является наличие в одном уравнении или неравенстве функций различной природы, что затрудняет или делает невозможным использование стандартных методов.

2. Иногда оценка одной из частей уравнения (неравенства) может быть сделана, исходя из очевидных соображений, или диктуется непосредственно видом этой части; тогда следует попытаться получить противоположную оценку для другой части уравнения (неравенства).

Раздел 2

D-метод (дискриминантный метод).

Данный метод минимаксов, в основе которого лежит выделение полных квадратов в выражении относительно какой-либо из функций (иногда это требует предварительного преобразования выражения) выделяется среди прочих методов ввиду простоты его применения и широкого распространения в практике вступительных экзаменов.

Схема применения D-метода

Если уравнение *f(x)* = 0 или *f(x,y)* = 0 и т.п., можно привести к виду $f_1(x)h^2 + f_2(x)h(x) + fs(^x)$ = 0 (или аналогично в уравнении с двумя неизвестными), причём $D = f\text{-}J^2$ — < 0, при всех допустимых значениях переменных, то уравнение равносильно системе: *D = 0* и *h(x) = —f-(x)* $/2f_1(x)$.

D-метод применим в «нестандартных задачах», которые начинаются словами «Решить уравнение (систему) и т.п.» без дополнительных требований к числу решений, их специальному расположению или других требований.

Если D-метод не удается применить сразу, то стоит попробовать тождественными преобразованиями добиться, чтобы уравнение или неравенство приобрело вид квадратного трехчлена, относительно какой- либо функции.

Если после предварительного анализа условия задачи не выбран метод решения - можно применить D-метод, как универсальный метод с широким спектром применений.

Раздел 3

Метод отделяющих констант

Данный метод решения очень похож на метод минимаксов.

Чтобы доказать, что на подмножестве *E E R* своей области определения уравнение *f(x)* = *g(x)* (неравенство *f(x) < g(x))* не имеет решений, достаточно, например, найти такую константу *A,* что для всех *x E E* справедлива система:

(f(x) > A \∂(x) < A

Наоборот, если на множестве *E* выполняется указанная система неравенств, то все точки этого множества удовлетворяют неравенству *f(x) > g(x).* Метод отделяющих констант применяется в уравнениях и неравенствах, которые одновременно содержат алгебраические и тригонометрические функции, если попытки применить стандартные приемы не приводят к цели.

11.развивать предметно-эстетическую среду школы и реализовывать ее воспитательные возможности;

Раздел 4

Метод тригонометрической подстановки

Решение некоторых уравнений, неравенств и систем существенно упрощается, если заменить неизвестные переменные подходящими тригонометрическими функциями. Т.к. тригонометрические функции связаны между собой множеством соотношений, это позволяет после замены упростить структуру выражения.

Метод тригонометрической подстановки удобно применять в том случае, когда алгебраическая структура выражения напоминает строение каких-либо известных тригонометрических формул.

Раздел 5

Метод геометрической подстановки

Решение некоторых алгебраических уравнений, неравенств, систем и т.п. упрощается, если придать входящим в них выражениям геометрический смысл.

Это можно сделать разными способами, например:

• Изобразить соответствующие уравнениям или неизвестным кривые или области в декартовой

системе координат и рассмотреть их взаимное расположение.

• Истолковать уравнение или неравенство как алгебраическое соотношение между длинами

сторон и углами в каких-либо геометрических фигурах, пользуясь теоремами геометрии.

• Интерпретировать уравнение или неравенство в виде соотношения между векторами.

Раздел 6

Симметрия алгебраических выражений

Иногда уравнение, неравенство, система и т.п. обладает свойством алгебраической симметрии, то есть не меняет своего вида при какой-либо циклической замене переменных местами, изменения их знаков и т.п. Иногда, чтобы выявить симметрию выражения, требуется предварительно его преобразовать (задачи со скрытой симметрией). Метод симметрии удобно применять, когда в формулировке задачи присутствует требование единственности решения задачи или точное указание числа решений. Следует помнить: симметрия позволяет установить лишь необходимые условия, и затем требуется проверка их достаточности.

Раздел 7

Координатная плоскость «переменная-параметр» и решение относительно параметра

В задачах с параметром удобно рассматривать переменную и параметр как равноправные величины. В таких задачах бывает нужно рассматривать уравнение или неравенство графически, проводя построения в координатной плоскости с осями «переменная-параметр». Иногда удается разрешить уравнение или неравенство относительно входящего в него параметра. Следует уделить внимание задачам, в которых роли переменной и параметра намеренно поменяны местами. Метод решения относительно параметра удобно применять, когда выражение имеет высокую степень, как многочлен относительно переменной Х и одновременно является линейным или квадратным выражением относительно параметра. Или если формулировка задачи подсказывает, что переменную по смыслу задачи удобно считать параметром, а параметр считать переменной. Данный метод применим, если геометрическое место точек, определяемое заданным в условии неравенством, удается изобразить на координатной плоскости «переменная-параметр». Бывают и другие случаи использования рассмотренного метода.